Olimpiada Națională de Matematică
- etapa locală – 11 februarie 2012
Clasa a V-a
Soluții şi barem

Varianta 2

1. Avem : $\overline{abc}=\overline{ab}\cdot\overline{bc} \Leftrightarrow \overline{ab}\cdot 10+c=\overline{ab}\cdot\overline{bc}$, ... 1p

$\Leftrightarrow \overline{ab}\cdot\overline{bc}-\overline{ab}\cdot 10=c$, $\Leftrightarrow$ 1p

$\Leftrightarrow \overline{ab}\left(\overline{bc}-10\right)=c \Rightarrow$ 1p

$\Rightarrow \overline{bc}=10 \Rightarrow b=1, c=0, iar\ a\in\{1,2,......,9\}$, ... 1p,

deci $\overline{abc}$=100a+10=10(10a+1). .... 1p.

$$M_a=\frac{10(10\cdot 1+1)+10(10\cdot 2+1)+.........+10(10\cdot 9+1)}{9}=$$ 1p

$$=\frac{10\cdot 10(1+2+...+9)+10\cdot 9}{9}=\frac{4590}{9}=510,$$ .... 1p.

2. a) Observă că $395=5\cdot 9\cdot 11$ .... **(1p)**

5a şi 395 se împart exact la 5, deci *b* se împarte exact la 5 .... **(1p)**

b=5 .... **(1p)**

b) $5a+5b+4b=495 \Rightarrow 5(a+b)=495-4b$ .... **(1p)**

$b=5 \Rightarrow 495-20=5(a+b) \Rightarrow a+b=95$ .... **(1p)**

c) $128a+50b=41\cdot 3a+5a+41b+9b=41(3a+b)+495$ .... **(1p)**

$128a+50b=41(3a+b)+41.12+3=41(3a+b+12)+3 \Rightarrow$ R=3 .... **(1p)**

3. Cu primele 4 cifre şi ultimele 4 cifre ale lui N putem forma numărul 20112011, deci 2011 apare în N de 100 : 4 = 25 ori, ... 2p

Suma cifrelor lui N este 25$\cdot$(2+0+1+1)=100, deci trebuie şterse cifre având suma 100 – 40 = 60. .... 1p.

Deoarece 60=13$\cdot$4+(2+0+2+0+1+1+1+1)=13$\cdot$(2+0+1+1)+(2+0+2+0+1+1+1+1),. 1p, putem şterge pe 2020 de la începutul lui N, 1111 de la sfârşit, iar apoi de la începutul numărului rămas grupele 2011 de 13 ori. .... 2p.

Numărul rămas astfel este 20112011…2011, unde grupa 2011 se repetă de 10 ori$\cdot$ 1p.

4. Avem $\overline{ab}+\overline{ba}=11\cdot(a+b)$ **2p**

Punem condiția $a+b=11$ şi determinarea tuturor soluțiilor **3p**

Finalizare. **1p**